

الف، مفهوم بار الکتریکی: به طور تجربی مشاهده می شود که اگر یک میله شیشه ای یا پلاستیکی را توسط پارچه ابریشمی یا پشمی مالش داده و آن را به حوزة های کاغذ نزدیک کنیم، تکه های کاغذ به میله جذب می شوند، در حالی که قبل از مالش، این پدیده اتفاق نمی افتد. بنابراین با مالش دادن میله توسط پارچه، خاصیتی در آن ایجاد شده که این خاصیت را به کمیتی بنام بار الکتریکی نسبت می دهیم و می گوئیم میله باردار شده است.

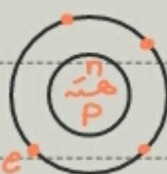
به عبارت دیگر بار الکتریکی کمیتی تقریب شده نیست، بلکه آثار و خواص آن بررسی و معرفی شده است. دو نوع بار الکتریکی وجود دارد که با نام بارهای (+) و بارهای (-) موسوم است. بار الکتریکی را با حرف q نشان داده و واحد آن کولن (C) است. بار یک گیت نره ای و فرعی است.

ب، خواص بار الکتریکی:

۱. تجربه نشان می دهد که بارهای همتا یکدیگر را دفع می کنند و بارهای ناهمتا یکدیگر را جذب می کنند، بنابراین بارهای الکتریکی به یکدیگر نیرو وارد می کنند.

۲. اصل پایستگی بار الکتریکی وجود دارد. (مقدار کل بار الکتریکی ثابت است).

۳. بار یک گیت کوانتیده (گسته) است. چنانچه بخواهیم بار الکتریکی را به ذرات تشکیل دهنده اجسام نسبت دهیم، برای این کار مدل اتمی بور را در نظر بگیریم،



هر اتم دارای ذرات الکترون، پروتون و نوترون است.

در حالت طبیعی تعداد الکترون ها با تعداد پروتون ها برابر بوده ولی تعداد نوترون ها

می تواند متغیر باشد (ایزوتوپ ها). مشاهده می شود که در حالت طبیعی اجسام از نظر الکتریکی خنثی هستند، بنابراین

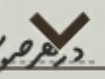
تغییر در نوترون باعث ایجاد بار الکتریکی نیست و در نتیجه نوترون از نظر الکتریکی خنثی است. همچنین بار الکترون با بار

پروتون قرینه است. بر اساس آزمایش مشخص گردید که بار الکترون منفی (-) و بار پروتون مثبت (+) است.

$$e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad \text{و} \quad p = +1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

دهنگام مالش دو جسم به یکدیگر، لایه های الکترونی اجسام با هم در تماس خواهند بود و رسید به همتا امکان پذیر نیست.

چنانچه در اثر مالش، الکترون از اتم جدا شود، بار اتم باقیمانده مثبت و در صورت اضافه شدن الکترون به آن، بار منفی می شود.



در صورتی می توان به مقدار صیغ الکترول از جسم جدا کرد و با به آن اضافه نمود و به همین دلیل $q = Ne$ که

N عددی صیغ است و این رابطه دلیلی بر کوانتیدگی بار است. البته در ناحیه کلاسیک که با مقایسه بزرگ بار سروکار

داریم، کوانتیدگی بار لحاظ نمی شود و بار را یک کمیت پیوسته (دارای هر مقدار) در نظر می گیریم.

۴. بار الکتریکی کمیتی غیر وابسته به سرعت است و مقدار بار با تغییر سرعت، ثابت می ماند. این خاصیت در ناحیه نسبیتی که

سرعت اجسام به سرعت نور نزدیک است و کمیت های مانند طول جسم و زمان ثابت نیستند، اثر مهمی خواهد داشت و به نحوی

کلاسیک مربوط نیست.

۱- توزیع بار نقطه ای: هر بار در یک نقطه از فضا قرار گرفته است. در یک دستگاه مختلف، مکان هر بار
ج. انواع توزیع بار: به طور دقیق مشخص است و فاصله میان بارها نیز به طور دقیق معلوم است.

۲- توزیع بار پیوسته: هر بار در یک ناحیه از فضا پخش شده، مکان هر بار دارای مختلف واحدی نیست

بلکه محدوده ای از مختلف است و فاصله میان آنها هم مقدار مشخصی نیست. با الهام گیری مناسب، هر توزیع پیوسته را به

نهایت عنصر کوچک و نقطه ای تقسیم کرده و از روابط توزیع بار نقطه ای برای آنها استفاده می شود.

توزیع بار پیوسته از نظر هندسی:

۱. توزیع خطی: بخش شدن بار در طول اهمیت دارد و برای آن خطایی خطی (λ) تعریف می شود.

$q = \text{مقدار خطی کم از بار}$ و $dq = \text{مقدار خطی کوچک از طول}$ (یک نقطه) است. $\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow dq = \lambda dl$

۲. توزیع سطحی: بخش شدن بار در یک سطح یا رویه اهمیت دارد. خطایی سطحی (σ) تعریف می شود.

$dq = \text{مقدار کوچک سطحی است که می تواند یک نقطه یا یک خط باشد}$. $\sigma = \frac{dq}{ds} \rightarrow dq = \sigma ds$

۳. توزیع حجمی: بخش شدن بار در ناحیه حجمی از فضا می باشد و خطایی حجمی (ρ) تعریف می شود.

$dq = \text{مقدار کوچک حجم است که می تواند نقطه یا خط و یا صفر باشد}$. $\rho = \frac{dq}{dv} \rightarrow dq = \rho dv$

۱. $ds = dx dy$ یک نقطه است.

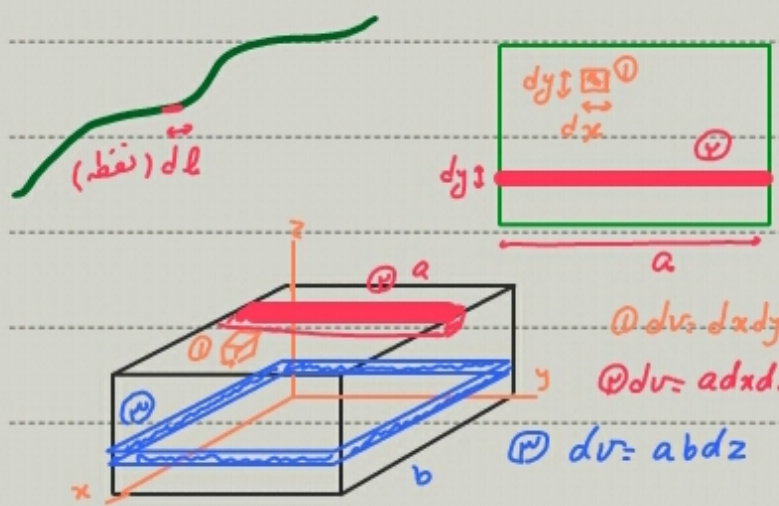
و در انتگرال گیری، باید انتگرال دوگانه $dx dy$ گرفت.

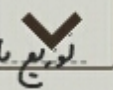
۲. $ds = a dy$ یک خط است و انتگرال معولی

۱. $dv = dx dy dz$ یک حجم نقطه است و انتگرال سه گانه لازم است.

۲. $dv = a dx dz$ " " " " دو گانه

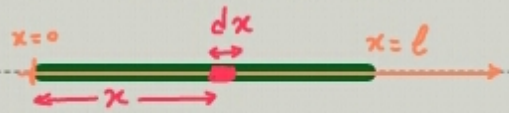
۳. $dv = a b dz$ " " " " معولی





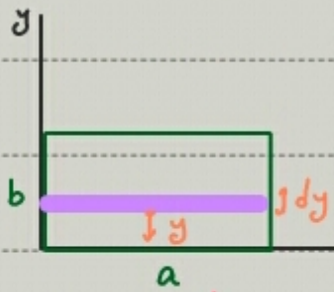
توزیع بار پیوسته می تواند یکنواخت یا غیر یکنواخت باشد. برای توزیع یکنواخت، بار به طور یکسان در ناحیه مورد نظر پخش شده و در این حالت چگالی یک عدد ثابت است. $(\rho = \frac{q}{V}, \sigma = \frac{q}{S}, \lambda = \frac{q}{l})$. در توزیع غیر یکنواخت، بار به طور یکسان پخش نشده و چگالی ثابت نیست، بلکه باید به صورت تابعی ریاضی مشخص شده باشد.

مثال ۱- میله ای به طول l واقع بر محور x ، دارای چگالی خطی $\lambda = 2x^3$ (بر حسب $\frac{C}{m}$) است. $(x$ فاصله از سر میله) بار موجود در میله را حساب کنید.



$$\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow dq = \lambda dl \xrightarrow{dl=dx} dq = \lambda dx \rightarrow q = \int \lambda dx = \int_{x=0}^{x=l} 2x^3 dx = 2 \left(\frac{x^4}{4} \right)_0^l = \frac{1}{2} l^4 \quad (c)$$

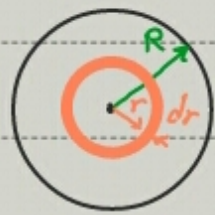
مثال ۲- صفحه ای به شکل مستطیل به ابعاد a و b دارای بار با چگالی سطحی $\sigma = Ay$ (A ثابت) است. بار کل صفحه را حساب کنید.



المان سطح ds را به شکل یک خط در نظر بگیریم. با توجه به اینکه σ تابع y است، خطی انتخاب می شود که y روی آن خط ثابت باشد. یعنی خطی به موازات محور x ها.

$$dq = \sigma ds = \int_0^b Ay a dy = aA \int_0^b y dy = aA \left(\frac{y^2}{2} \right)_0^b = \frac{1}{2} aAb^2$$

مثال ۳- کره ای تری به شعاع R دارای بار با توزیع حجمی $\rho = kr$ (k ثابت) در نظر گرفته و مقدار بار کره را حساب کنید.



المان حجم را صفحه ای انتخاب می کنیم که r (شعاع) آن ثابت باشد (چون چگالی تابع r است). این المان یک پوسته کروی به شعاع r و ضخامت dr است.

$$dq = \rho dv = \int_0^R kr 4\pi r^2 dr = 4\pi k \int_0^R r^3 dr = 4\pi k \left(\frac{r^4}{4} \right)_0^R = \pi k R^4$$

۲- نیروی کولنی: بارهای الکتریکی بر یکدیگر نیرو وارد می کنند. برای محاسبه نیرو باید نوع نیرو (جاذبه یا دافعه) و جهت نیرو (در یک دستگاه مختصات) و مقدار نیرو را تعیین کرد. برای بارهای نقطه ای از قانون کولن استفاده می شود.



نیرو همیشه در امتداد خط واصل بارهاست. نیروی وارد بر q_2 از طرف q_1 دافعه است. مقدار نیرو از رابطه کولن $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ بدست می آید. (در محاسبه مقدار نیرو، علامت بارها لازم نیست).

الکترودینامیک، توزیع بار نقطه‌ای، هدف، تعیین نیروی وارد بر یک بار، باشد، خاصیت مراحل زیر انجام گیرد:

۱- بارهای که می‌خواهیم نیروی وارد بر آن را تعیین کنیم، به عنوان مبدأ، دستگاه مختصات انتخاب شود.

۲- نیروی وارد بر این بار از طرف هر یک از بارهای توزیع، جداگانه رسم و محاسبه شود.

۳- با استفاده از اصل برهم‌کنش، برآیند نیروها به صورت مولفه‌ای محاسبه شود.

مثال ۴- در توزیع بار زیر، نیروی وارد بر بار $+4q$ را می‌سبب کنید.

$+4q$ به عنوان مبدأ، دستگاه انتخاب شده و ۳ نیرو از طرف ۳ بار توزیع بر آن وارد

می‌شود.

$$F_1 = k \frac{(1q)(4q)}{(a\sqrt{5})^2} = \frac{4}{5} \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_2 = k \frac{(2q)(4q)}{(a\sqrt{2})^2} = 4 \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_3 = k \frac{(4q)(4q)}{a^2} = 16 \frac{kq^2}{a^2}$$

با تجزیه F_1 و F_2 روی محوری x و y زاویه‌های

$$F_{1x} = F_1 \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} F_1 \quad \text{و} \quad F_{1y} = F_1 \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} F_1$$

$$F_{2x} = F_2 \cos \delta = \frac{1}{\sqrt{2}} F_2 \quad \text{و} \quad F_{2y} = F_2 \sin \delta = \frac{1}{\sqrt{2}} F_2$$

$$\vec{F} = (\sum F_x) \hat{i} + (\sum F_y) \hat{j} = (F_{1x} - F_{2x}) \hat{i} + (F_3 + F_{2y} - F_{1y}) \hat{j}$$

$$\vec{F} = \frac{4kq^2}{a^2} \left\{ \left(\frac{14}{5\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{2}} \right) \hat{i} + \left(1 + \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{32}{5\sqrt{5}} \right) \hat{j} \right\}$$

مثال ۵- دو بار نقطه‌ای یکسان $(+q)$ در فاصله ثابت $2a$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بار نقطه‌ای $-q$ روی محور وسط دو بار

به فاصله x از مرکز آنها قرار دارد. الف) نیروی وارد بر $-q$ را می‌سبب کنید. ب) در چه فاصله‌ای مقدار این نیرو بیشینه است.



$$F_1 = k \frac{q(q)}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2} = k \frac{q^2}{x^2 + a^2} = F_2$$

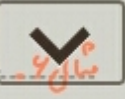
به توجه به فعل و تفاعل موجود، مؤلفه‌های قائم‌نورد با هم خنثی می‌شوند و

$$\vec{F} = (\sum F_x) \hat{i} + (\sum F_y) \hat{j} = -2F_{1x} \hat{i}$$

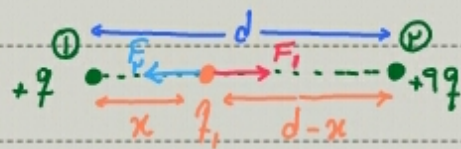
$$F_{1x} = F_1 \cos \theta = F_1 \frac{x}{r} = F_1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k \frac{q^2 x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \rightarrow \vec{F} = -2k \frac{q^2 x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i}$$

ب) برای بیشینه یا کمینه بودن تابع، باید مشتق آن نسبت به x برابر صفر باشد.

$$\frac{dF}{dx} = 0 \rightarrow -2kq^2 \left\{ \frac{(x^2 + a^2)^{-3/2}}{(x^2 + a^2)^3} - \frac{3}{2} (2x) (x^2 + a^2)^{-5/2} x \right\} = 0 \rightarrow x^2 + a^2 - 3x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



دو بار نقطه‌ای $+q$ و $+9q$ به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بار نقطه‌ای q را در نقطه‌ای قرار می‌دهیم طوری که هر سه بار در تعادل باشند. (الف) مکان q و (ب) مقدار q را تعیین کنید.



حل: توزیع بار در محل سه بار نقطه‌ای است، بنابراین بر هر کب از بارها

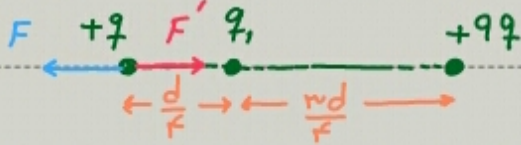
دو نیرو وارد می‌شود. شرط تعادل $\Sigma F = 0$ برای دو نیرو، لازم است که نیروها قریبه باشند. (در یک امتداد با جهات مخالف) بنابراین بار q باید روی خط واصل بارها باشد. از طرفی چون بارهای $+q$ و $+9q$ هم علامت هستند، نوع نیروی که به بار

q وارد می‌شود، یک است (هر دو دافعه یا هر دو جاذبه). برای تعادل q ، علامت و مقدار q اهمیت ندارد و فقط مکان آن دارای اهمیت است. q باید بین دو بار q و $9q$ واقع شود. (F_1 از طرف $+q$ و F_2 از طرف $+9q$)

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_1 = F_2 \rightarrow k \frac{q q_1}{x^2} = k \frac{9q q_1}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(d-x)^2} \rightarrow 9x^2 = (d-x)^2$$

$$\rightarrow d-x = |3x| \rightarrow \begin{cases} d-x = 3x \rightarrow d = 4x \rightarrow x = \frac{d}{4} \quad \checkmark \text{ نزدیک است.} \\ d-x = -3x \rightarrow d = -2x \rightarrow x = -\frac{d}{2} \quad \times \text{ خارج دو بار قابل قبول نیست.} \end{cases}$$

ب، برای اینکه هر سه بار در تعادل باشند، q با شیب مکانی بالا، در تعادل است. اکنون تعادل $+q$ را بررسی می‌کنیم. با توجه به شکل، q باید علامت مخالف دو بار دیگر داشته باشد یعنی q باید منفی باشد.

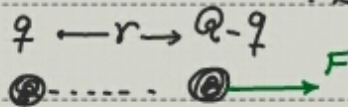


$$\Sigma F = 0 \rightarrow F = F' \rightarrow k \frac{9q q}{d^2} = k \frac{q_1 q}{(\frac{d}{4})^2} \rightarrow 9q = 16q_1 \rightarrow q_1 = -\frac{9}{16} q$$

در این حالت، q و $+q$ در تعادل هستند و چنانچه $+9q$ مورد بررسی قرار گیرد، q باید منفی باشد که آن نیز در تعادل است.

مثال ۷- بار Q ، دو بخش q و $Q-q$ تقسیم شده، هنگامی که این دو بخش در فاصله ثابتی از هم قرار دارند، نیروی

بین آنها F است. q بر حسب Q چه مقدار باشد تا F بیشینه مقدار را دارا باشد.



$$F = k \frac{q(Q-q)}{r^2}$$

برای اینکه این نیرو بیشترین مقدار را دارا باشد، باید مشتق آن نسبت به q برابر صفر باشد.

$$\frac{dF}{dq} = 0 \rightarrow \frac{k}{r^2} \{ (Q-q) - q \} = 0 \rightarrow Q - 2q = 0 \rightarrow q = \frac{Q}{2}$$

یعنی بار باید به دو قسمت مساوی تقسیم شود.